ΤΑΞΗ: **Β΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**
ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΣ: **ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ**
ΜΑΘΗΜΑ: **ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ**

Ημερομηνία: Σάββατο 14 Μαΐου 2022
Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Να αποδείξετε ότι:

Το εμβαδό τραπεζίου ισούται με το γινόμενο του ημιαθροίσματος των βάσεων επί το ύψος του.

Μονάδες 15

Α2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιο σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Ένα τόξο μ^0 έχει μήκος $l = \frac{\pi R \mu}{360°}$, όπου R είναι η ακτίνα του κύκλου στον οποίο ανήκει.

β) Αν μια γωνία ενός τριγώνου είναι ίση ή παραπληρωματική με μια γωνία ενός άλλου τριγώνου, τότε ο λόγος των εμβαδών των δύο τριγώνων είναι ίσος με τον λόγο των γινομένων των πλευρών που περιέχουν τις γωνίες αυτές.

γ) Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο, το τετράγωνο του ύψους του που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα είναι ίσο με το γινόμενο των προβολών των κάθετων πλευρών του στην υποτείνουσα.

δ) Σε κάθε κανονικό ν-γωνο ακτίνας R ισχύει η σχέση $\lambda^2_\nu + \frac{\alpha^2\nu}{4} = R^2$

ε) Έστω $A_1, A_2, \ldots, A_\nu$ ένα κανονικό πολύγωνο με ν πλευρές και έστω $\hat{A}_1=\hat{A}_2=\ldots=\hat{A}_\nu=\varphi_\nu$ τότε $\varphi_\nu=180° - \frac{360°}{\nu}$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Τα μήκη των πλευρών α,β,γ ενός τριγώνου ΑΒΓ είναι α=7, β= 4 , γ=5.

Β1. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι αμβλυγώνιο.

Μονάδες 8

Β2. Να σχεδιάσετε την προβολή ΑΔ, της πλευράς ΑΒ πάνω στην πλευρά ΑΓ και να αποδείξετε ότι ΑΔ=1.

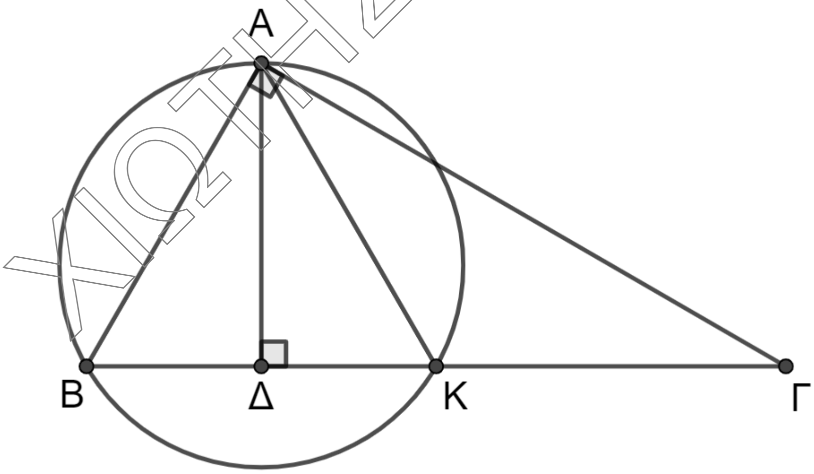
Μονάδες 10

Β3. Αν Ε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ να αποδείξετε ότι Ε=$4\sqrt{6}$.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90°$), όπου ΑΔ το ύψος και ΑΚ η διάμεσος που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα.



Αν ΒΓ=12 και ΒΔ=3 να δείξετε ότι:

Γ1. το τρίγωνο ΑΒΚ είναι ισόπλευρο με εμβαδό $9\sqrt{3}$.

Μονάδες 10

Γ2. η ακτίνα R του περιγεγραμμένου κύκλου του τριγώνου ΑΒΚ είναι $2\sqrt{3}$,του οποίου να βρεθεί το μήκος και το εμβαδό του κυκλικού δίσκου του.

Μονάδες 8

Γ3. $\frac{(ΑΔΒ)}{(ΑΚΓ)} = \frac{1}{2}$ όπου (ΑΔΒ),(ΑΚΓ), τα εμβαδά των τριγώνων ΑΔΒ και ΑΚΓ αντίστοιχα.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται κύκλος (Ο, R) και τα διαδοχικά του σημεία Α, Β, Γ ώστε ΑΒ= $R\sqrt{3}$ και ΒΓ = R.

Δ1. Να δείξετε ότι $\hat{B} = 90°$ και ότι η περίμετρος του τριγώνου ΑΒΓ είναι $R(3+\sqrt{3})$.

Μονάδες 8

Δ2. Αν $τ_1$ και $τ_2$ είναι τα εμβαδά των κυκλικών τμημάτων που ορίζονται από τα τόξα ΑΒ και ΒΓ και τα αντίστοιχα ευθύγραμμα τμήματα να δείξετε ότι

$$τ_1 + τ_2 = \frac{R^2}{2}(π-\sqrt{3}).$$

Μονάδες 9

Δ3. Αν το εμβαδό των παραπάνω κυκλικών τμημάτων αθροιστικά είναι $2(π-\sqrt{3})$ τότε:

i) να δείξετε ότι η ακτίνα του κύκλου (Ο,R) είναι R=2 του οποίου να βρεθεί το εμβαδό του κυκλικού δίσκου του.

Μονάδες 4

ii) Αν ρ είναι η ακτίνα του εγγεγραμμένου κύκλου στο τρίγωνο ΑΒΓ τότε $ρ= \sqrt{3} - 1$.

Μονάδες 4