

**ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
ΣΑΒΒΑΤΟ 4 ΙΟΥΝΙΟΥ 2022
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)**

(Ενδεικτικές Απαντήσεις)

ΘΕΜΑ Α

A1. Σελίδα 28

A2. Σελίδα 87

A3.

α. ΛΑΘΟΣ

β. ΣΩΣΤΟ

γ. ΛΑΘΟΣ

A4.

α. $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}, x > 0$

β. $(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$

ΘΕΜΑ Β

B1. $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^5 t_i}{v} = \frac{5+10+15+20+25}{5} = \frac{75}{5} = 15$

$$R = t_{\max} - t_{\min} = 25 - 5 = 20$$

B2. $s^2 = \frac{\sum_{i=1}^5 (t_i - \bar{x})^2}{v} = \frac{(5-15)^2 + (10-15)^2 + (15-15)^2 + (20-15)^2 + (25-15)^2}{5} = \frac{250}{5} = 50$

B3. $s = \sqrt{s^2} = \sqrt{50} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$

$$CV = \frac{s}{|\bar{x}|} = \frac{5\sqrt{2}}{15} = \frac{\sqrt{2}}{3} \cong 0,47$$

Εφόσον $CV \geq 0,1$ το δείγμα δεν είναι ομοιογενές

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Η f είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ ως πολυωνυμική με $f'(x) = 3x^2 - 18x + \alpha$
Εφόσον ο ρυθμός μεταβολής της f για $x=1$ είναι ίσος με 0 ισχύει:

$$f'(1) = 0,$$

Επομένως

$$f'(1) = 0 \Leftrightarrow 3 \cdot 1^2 - 18 \cdot 1 + \alpha = 0 \Leftrightarrow 3 - 18 + \alpha = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -15 + \alpha = 0 \Leftrightarrow \alpha = 15$$

Γ2. $f'(x) = 3x^2 - 18x + 15$, $f'(2) = -9$, $f(2) = 3$

$\lambda = f'(2) = -9$ η εξίσωση της ευθείας είναι της μορφής $y = \lambda x + \beta$, αφού $\lambda = -9$
επομένως

$$\varepsilon: y = -9x + \beta$$

το $M(2, f(2))$ το οποίο ανήκει στην ευθεία την επαληθεύει επομένως

$$3 = -9 \cdot 2 + \beta \Leftrightarrow \beta = 21$$

άρα η ευθεία που προκύπτει είναι η $\varepsilon: y = -9x + 21$

Γ3. $f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x + 1$

$$f'(x) = 3x^2 - 18x + 15$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 18x + 15 = 0 \Leftrightarrow 3(x^2 - 6x + 5) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 3(x-5)(x-1) = 0 \Leftrightarrow x = 5 \text{ ή } x = 1$$

x	$-\infty$	1	5	$+\infty$
f'	+	-	+	
f	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$	

Για $x \in (-\infty, 1]$ η f είναι γνησίως αύξουσα

Για $x \in [1, 5]$ η f είναι γνησίως φθίνουσα

Για $x \in [5, +\infty)$ η f είναι γνησίως αύξουσα

Για $x=1$ η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο το

$$f(1) = 1 - 9 + 15 + 1 = 8$$

Για $x=5$ η f παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο το

$$f(5) = 5^3 - 9 \cdot 5^2 + 15 \cdot 5 + 1 = 125 - 225 + 75 + 1 = -24$$

$$\Gamma 4. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x)}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 18x + 15}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3(x-5)(x-1)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3(x-5)}{x+1} = \frac{-12}{2} = -6$$

ΘΕΜΑ Δ

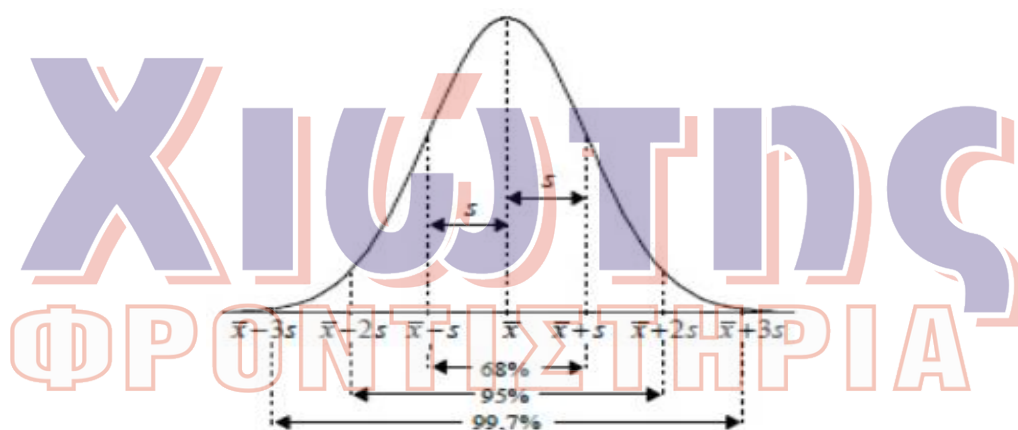
Δ1. Για να ορίζεται η συνάρτηση f πρέπει $x + 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -1$, επομένως
 $A_f = \mathbb{R} - \{-1\}$

$$f'(x) = \frac{(x)' \cdot (x+1) - x(x+1)'}{(x+1)^2} = \frac{x+1-x}{(x+1)^2} = \frac{1}{(x+1)^2}$$

$$\Delta 2. f'(2) = \frac{1}{(2+1)^2} = \frac{1}{9}, f'(1) = \frac{1}{(1+1)^2} = \frac{1}{4}$$

$$\text{Άρα } \bar{x} = \frac{1}{f'(2)} = \frac{1}{\frac{1}{9}} = 9, s = \frac{1}{2f'(1)} = \frac{1}{2 \cdot \frac{1}{4}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$$

Δ3.



εφόσον οι παρατηρήσεις ακολουθούν την κανονική κατανομή το ποσοστό των ατόμων που έχουν χρόνο επιστροφής από 5 έως 11 λεπτά είναι το 81,5%,

$$\text{επομένως: } \frac{81,5}{100} \cdot 2000 = 1630 \text{ άτομα}$$

ενώ το ποσοστό των ατόμων που έχουν χρόνο επιστροφής πάνω από 15 λεπτά είναι το 0,15%, δηλαδή: $\frac{0,15}{100} \cdot 2000 = 3$ άτομα

Δ4. Αν ο χρόνος επιστροφής των μαθητών αυξηθεί κατά 3 λεπτά τότε όλες οι νέες παρατηρήσεις που θα προκύψουν είναι της μορφής $y_i = x_i + 3$ συνεπώς

$$\bar{y} = \bar{x} + 3 = 9 + 3 = 12 \text{ ενώ } s_y = s_x = 2$$