

**ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ  
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ - ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ  
ΠΕΜΠΤΗ 17 ΙΟΥΝΙΟΥ 2021**

**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:  
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)**

**ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΠΕΝΤΕ (5)**

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Έστω  $x_1, x_2, \dots, x_k$  οι τιμές μίας μεταβλητής  $X$  ενός δείγματος μεγέθους  $n$ , όπου  $k, n$  μη μηδενικοί φυσικοί αριθμοί με  $k \leq n$ .

Τι ονομάζεται (απόλυτη) συχνότητα  $n_i$  που αντιστοιχεί στην τιμή  $x_i$ , όπου  $i = 1, 2, \dots, k$ ;

**Μονάδες 4**

**A2.** Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της σταθερής συνάρτησης  $f(x) = c$ , όπου  $x, c \in \mathbb{R}$  και  $c$  σταθερά, είναι ίση με το μηδέν, δηλαδή  $f'(x) = (c)' = 0$ .

**Μονάδες 6**

**A3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α.** Οι διακριτές μεταβλητές μπορούν να πάρουν οποιαδήποτε τιμή ενός διαστήματος πραγματικών αριθμών  $(\alpha, \beta)$ .

**β.** Το ραβδόγραμμα χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση των τιμών μίας ποιοτικής μεταβλητής.

**γ.** Μία συνάρτηση  $f$  λέγεται γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα  $\Delta$  του πεδίου ορισμού της, όταν για οποιαδήποτε σημεία  $x_1, x_2 \in \Delta$  με  $x_1 < x_2$  ισχύει  $f(x_1) > f(x_2)$ .

**Μονάδες 6**

**A4.** Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ισότητες και να τις συμπληρώσετε:

**α.**  $\left(\frac{1}{x}\right)' = \dots\dots\dots$ , με  $x \neq 0$ .

**β.**  $(x^v)' = \dots\dots\dots$ , όπου  $v$  φυσικός αριθμός.

**γ.**  $(c \cdot f(x))' = \dots\dots\dots$ , όπου  $c \in \mathbb{R}$  και  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  συνάρτηση παραγωγίσιμη στο πεδίο ορισμού της.

**Μονάδες 9**

**ΘΕΜΑ Β**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = x^2 - \alpha x + 2$ , όπου  $\alpha \in \mathbb{R}$  σταθερά και  $x \in \mathbb{R}$ .

**B1.** Αν η γραφική παράσταση της  $f$  τέμνει τον άξονα  $x'x$  σε σημείο με τετμημένη ίση με 1, να βρείτε την τιμή του  $\alpha$ .

**Μονάδες 5**

**B2.** Για  $\alpha = 3$ , να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης

$$g(x) = \frac{f(x)}{x^2 - 1}$$

**Μονάδες 5**

**B3.** Για  $\alpha = 3$ , να υπολογίσετε το όριο  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$ .

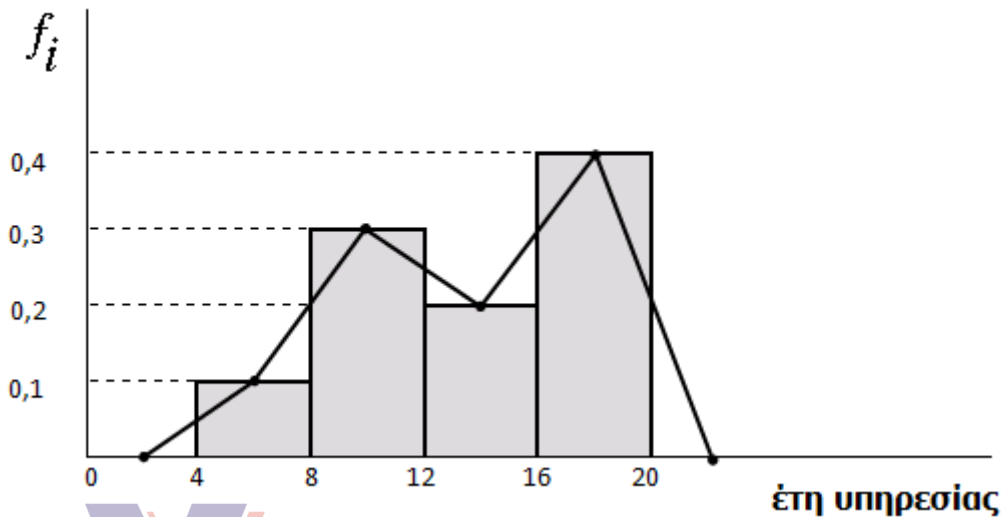
**Μονάδες 7**

**B4.** Για  $\alpha = 3$ , να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της  $f$  στο σημείο  $M(0, f(0))$ .

**Μονάδες 8**

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται το παρακάτω ιστόγραμμα και το πολύγωνο των σχετικών συχνοτήτων  $f_i$  που αφορούν τα έτη υπηρεσίας 50 εκπαιδευτικών.



**Γ1.** Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον πίνακα που ακολουθεί και να τον συμπληρώσετε με βάση το παραπάνω ιστόγραμμα,

| Έτη υπηρεσίας<br>[ , ) | Κεντρική τιμή<br>$x_i$ | Συχνότητα<br>$v_i$ | Σχετική συχνότητα<br>$f_i$ | $a_i$       |
|------------------------|------------------------|--------------------|----------------------------|-------------|
| [4,8)                  |                        | 5                  |                            | $36^\circ$  |
| [8,12)                 |                        |                    |                            |             |
| [12,16)                | 14                     |                    |                            |             |
| [16,20)                |                        | 20                 |                            | $144^\circ$ |
| Σύνολο                 |                        | 50                 |                            | $360^\circ$ |

όπου  $a_i$  το αντίστοιχο τόξο ενός κυκλικού τμήματος στο κυκλικό διάγραμμα συχνοτήτων.

**Μονάδες 12**

**Γ2.** Πόσοι εκπαιδευτικοί έχουν συμπληρώσει τουλάχιστον 8 έτη υπηρεσίας;

**Μονάδες 5**

**Γ3.** Να βρείτε το ποσοστό των εκπαιδευτικών που έχουν συμπληρώσει υπηρεσία λιγότερη από 16 έτη.

**Μονάδες 5**

**Γ4.** Πόσο είναι το εμβαδόν του χωρίου που ορίζεται από το πολύγωνο των σχετικών συχνοτήτων και τον οριζόντιο άξονα;

**Μονάδες 3**

### **ΘΕΜΑ Δ**

Ένα οικόπεδο σχήματος ορθογωνίου έχει μήκος  $x$  μέτρα (m), πλάτος  $y$  μέτρα (m) και περίμετρο 80m.

**Δ1.** Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του οικοπέδου ως συνάρτηση του  $x$ , δίνεται από τον τύπο  $E(x) = -x^2 + 40x$  και να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $E(x)$ .

**Μονάδες 10**

**Δ2.** Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $E(x)$  ως προς τη μονοτονία της.

**Μονάδες 6**

**Δ3.** Για ποια τιμή του  $x$  το εμβαδόν του οικοπέδου γίνεται μέγιστο και ποια είναι η μέγιστη τιμή του;

**Μονάδες 4**

**Δ4.** Δύο οικόπεδα Α και Β σχήματος ορθογωνίου με περίμετρο 80m το καθένα έχουν μήκη  $x_A = 29,5\text{m}$  και  $x_B = 34,2\text{m}$ , αντίστοιχα. Να απαντήσετε αιτιολογημένα ποιο από τα δύο οικόπεδα έχει το μεγαλύτερο εμβαδόν.

**Μονάδες 5**

**ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ**

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε** καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα, **μόνο με μπλε ή μόνο με μαύρο στυλό ανεξίτηλης μελάνης**.
4. Κάθε τεκμηριωμένη απάντηση είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Ώρα δυνατής αποχώρησης: **10.00 π.μ.**

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**

**ΧΙΩΤΗΣ**  
**ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ**