ΘΕΜΑ Α

Α1. Σχολικό σελ 65

Α2. Σχολικό σελ 28

Α3.

1. Λάθος (σχολικό σελ 59)
2. Σωστό (σχολικό σελ 67)
3. Λάθος (σχολικό σελ 13)

Α4.

α. $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$, $x \neq 0$

β. $\left(x^{\nu}\right)' = \nu \cdot x^{\nu-1}$

γ. $\left(c \cdot f(x)\right)' = c \cdot f'(x)$

ΘΕΜΑ Β

Β1. Από την υπόθεση δίνεται

$f(1) = 0 \Leftrightarrow 1^2 - \alpha \cdot 1 + 2 = 0 \Leftrightarrow -\alpha = 3 \Leftrightarrow \alpha = 3$

Β2. Είναι $x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x+1) = 0 \Leftrightarrow x = 1$ ή $x = -1$

Οπότε η συνάρτηση g ορίζεται αν $x \in \mathbf{R} - \{-1, +1\}$

Β3. $\lim\limits_{x\to 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1} = \lim\limits_{x\to 1} \frac{(x-1)(x-2)}{(x-1)(x+1)} = \lim\limits_{x\to 1} \frac{x-2}{x+1} = \frac{1-2}{1+1} = -\frac{1}{2}$

B4. Η f είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbf{R}$ ως πολυωνυμική με παράγωγο $f'(x)=2x-3$

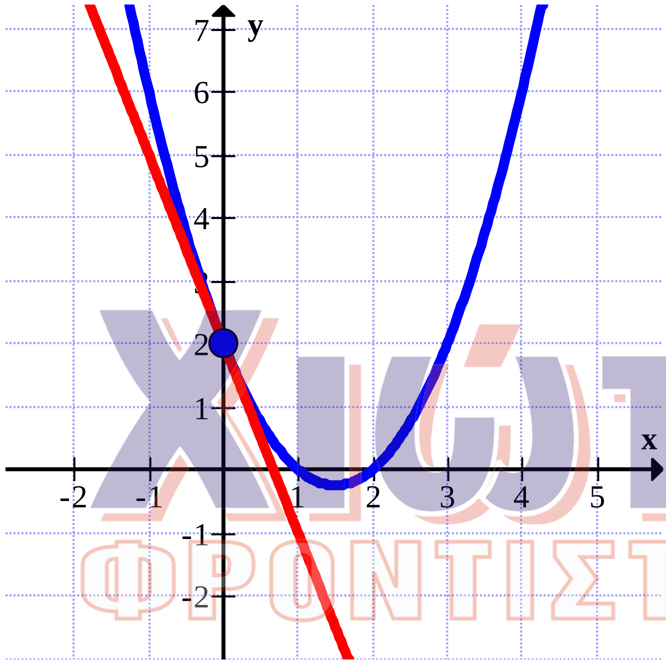
Έχουμε $f\left(0\right)=0^2-3\cdot 0+2=2$

και $f'\left(0\right)=2\cdot 0-3=-3$

Η εφαπτομένη έχει τη μορφή $y=f'\left(0\right)\cdot x+\beta \Leftrightarrow \boxed{y=-3x+\beta}$

Για $x=0$ και $y=f\left(0\right)=2$ η εφαπτομένη γίνεται

$y=-3x+\beta \Rightarrow 2=-3\cdot 0+\beta \Rightarrow \beta=2$



ΘΕΜΑ Γ

Θέμα Γ

Γ1.

Έτη υπηρεσίας	Κεντρική τιμή	Συχνότητα	Σχετική συχνότητα	α_i
[4,8)	6	5	**0,1**	**36**
[8,12)	**10**	**15**	**0,3**	**108**
[12,16)	14	**10**	**0,2**	**72**
[16,20)	**18**	20	**0,4**	144
Σύνολο		**50**	**1**	**360**

$f_1=\frac{v_1}{v}\Leftrightarrow 0{,}1=\frac{5}{v}\Leftrightarrow 0{,}1\cdot v=5\Leftrightarrow v=50$

$\alpha_1=f_1\cdot 360=0{,}1\cdot 360=36$

$f_2 = \frac{v_2}{v} \Leftrightarrow 0,3 = \frac{v_2}{50} \Leftrightarrow v_2 = 0,3 \cdot 50 = 15$

$\alpha_2 = f_2 \cdot 360 = 0,3 \cdot 360 = 108$

$f_3 = \frac{v_3}{v} \Leftrightarrow 0,2 = \frac{v_3}{50} \Leftrightarrow v_3 = 0,2 \cdot 50 = 10$

$\alpha_3 = f_3 \cdot 360 = 0,2 \cdot 360 = 72$

Γ2. Τουλάχιστον 8 έτη έχουν συμπληρώσει $v_2 + v_3 + v_4 = 15 + 10 + 20 = 45$ εκπαιδευτικοί
β΄ τρόπος: οι εκπαιδευτικοί που έχουν συμπληρώσει μέχρι 8 έτη είναι $N_1 = v_1 = 5$
Επομένως περισσότερα από 8 έτη έχουν συμπληρώσει $50 - 5 = 45$ εκπαιδευτικοί

Γ3. Το ποσοστό των εκπαιδευτικών που έχουν συμπληρώσει λιγότερα από 16 έτη είναι
$f_1\% + f_2\% + f_3\% = f_1 \cdot 100\% + f_2 \cdot 100\% + f_3 \cdot 100\% = 10\% + 30\% + 20\% = 60\%$

Γ4. Το εμβαδό του χωρίου που ορίζεται από το πολύγωνο σχετικών συχνοτήτων και τον οριζόντιο άξονα είναι ίσο με το άθροισμα των σχετικών συχνοτήτων, δηλαδή είναι $E = 1$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1) Π=2x+2y ⇔ 2x+2y=80 ⇔ x+y=40 ⇔ y=40-x, 0<x<40
E=x·y ⇔ E(x)=x(40-x) ⇔ E=-x^2 +40x

Πρέπει x>0 και x<40

Οπότε το πεδίο ορισμού της E(x) είναι το (0,40)

Δ2) E(x)=-x^2+40x , 0<x<40

E΄(x)=(-x^2+40x)΄=-2x+40, 0<x<40

E΄(x)=0 ⇔ -2x+40=0 ⇔ -2x=-40 ⇔ x=20 (δεκτή)

x		0		20		40	
$E'(x)$		‖	+		-	‖	
$E(x)$		‖	↗		↘	‖	

Η $E(x)$ είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα $(0,20]$

Η $E(x)$ είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $[20,40)$

Δ3) Το εμβαδόν του οικοπέδου γίνεται μέγιστο για $x=20m$ και η μέγιστη τιμή του είναι:

$E(20)= -20^2+40\cdot 20=-400+800=400m^2$

Δ4) Εφόσον το $x_A<x_B$ και $x_A, x_B \in [20,40)$ στο οποίο η $E(x)$ είναι γνησίως φθίνουσα, θα ισχύει:

$x_A<x_B \Leftrightarrow E(x_A)>E(x_B)$

Συνεπώς το οικόπεδο με το μεγαλύτερο εμβαδόν θα είναι το οικόπεδο Α.