

ΘΕΜΑ Α

A1. γ

A2. δ

A3. γ

A4. β

A5.

α)Σ

β)Λ

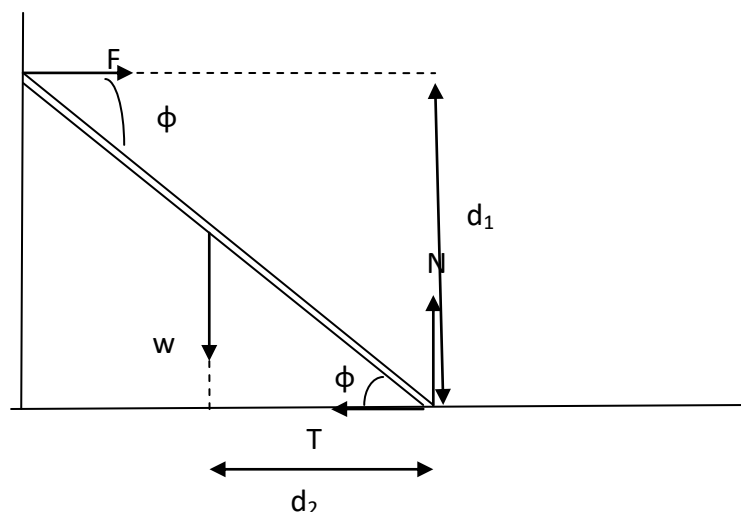
γ)Σ

δ)Σ

ε)Λ

ΘΕΜΑ Β

B1.



α) Σωστή απάντηση είναι η (ii).

Β) Στην ράβδο ασκούνται οι δυνάμεις, F κάθετη αντίδραση από τον λείο κατακόρυφο τοίχο, w λόγω του βάρους της, T η δύναμη της τριβής με το οριζόντιο τραχύ δάπεδο και N η κάθετη αντίδραση από το τραχύ δάπεδο. Ονομάζουμε L μήκος της ράβδου

Η ράβδος ισορροπεί. Θεωρούμε θετική της φορά περιστροφής αντίθετα των δεικτών του ρολογιού και υπολογίζουμε τη συνισταμένη ροπή ως προς το σημείο επαφής της ράβδου με το τραχύ δάπεδο. Έχουμε:

$$\Sigma \vec{F}_x = 0 \quad \Sigma \vec{F}_y = 0 \quad \Sigma \vec{\tau} = 0$$

η ελάχιστη τιμή της

$$F - T = 0 \quad N - w = 0 \quad \tau_F + \tau_w + \tau_N + \tau_T = 0$$

εφαπτομένης της γωνίας

$$T = F \quad (1) \quad N = w \quad (2) \quad \tau_w - \tau_F = 0 \quad \text{εμφανίζεται όταν η}$$

$$FL \eta \mu \phi = w \frac{L}{2} \sigma \nu \nu \theta \quad (3)$$

στατική τριβή παίρνει

τη μέγιστη τιμή της:

$$T_{max} = \mu N \quad (4)$$

Η σχέση (3) μέσω των σχέσεων (1), (2), θα δώσει:

$$T_{\mu\phi} = \frac{N}{2} \sin\phi \quad \text{όμως λόγω της (4)}$$

$$\mu N_{\mu\phi} = \frac{N}{2} \sin\phi$$

$$\epsilon\phi\phi = \frac{1}{2\mu}$$

Άρα σωστή απάντηση είναι η (ii).

B2.

Απο εξίσωση Bernoulli απο Η εως θέση 2

$$\rho g H = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2$$

Εξίσωση συνεχειας $A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2 \Rightarrow v_2 = 2 \cdot v_1$

Η πίεση στο σημείο 1 θα είναι :

$$P_1 = P_{atm} + \rho \cdot g \cdot h + \frac{w}{A}$$

Απο εξίσωση Bernoulli απο θέση 1 εως θέση 2 :

$$P_{atm} + \rho \cdot g \cdot h + \frac{w}{A} + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 = P_{atm} + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2 \Rightarrow$$

$$\rho \cdot g \cdot \frac{H}{4} + \frac{w}{A} + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \frac{v_2^2}{4} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho \cdot g \cdot \frac{H}{4} + \frac{w}{A} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2 = \frac{3}{4} \cdot \rho \cdot g \cdot H \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{w}{A} = \frac{3}{4} \cdot \rho \cdot g \cdot H - \rho \cdot g \cdot \frac{H}{4} = \rho \cdot g \cdot \frac{H}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow w = \rho \cdot g \cdot A \cdot \frac{H}{2}$$

Άρα σωστή απάντηση είναι το (ι)

B3

Πρώτη κρούση πλάγια, εφαρμόζουμε αρχή διατήρησης της ορμής σε άξονες x και y :

$$\vec{p}_{\pi\rho\nu,x} = \vec{p}_{\mu\epsilon\tau\acute{\alpha},x} \Rightarrow m_1 v_1 = m_2 v'_{2,x} \Rightarrow m_1 v = m_2 v'_2 \sin 30^\circ \Rightarrow$$

$$m v = 2 m v'_2 \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow v'_2 = \frac{\sqrt{3}}{3} v$$

$$\vec{p}_{\pi\rho\nu,y} = \vec{p}_{\mu\epsilon\tau\acute{\alpha},y} \Rightarrow 0 = m_1 v'_1 - m_2 v'_{2,y} \Rightarrow$$

$$m v'_1 = 2 m v'_2 \eta \mu 30^\circ \Rightarrow v'_1 = 2 v'_2 \frac{1}{2} \Rightarrow v'_1 = v'_2$$

$$\Rightarrow v'_1 = \frac{\sqrt{3}}{3} v$$

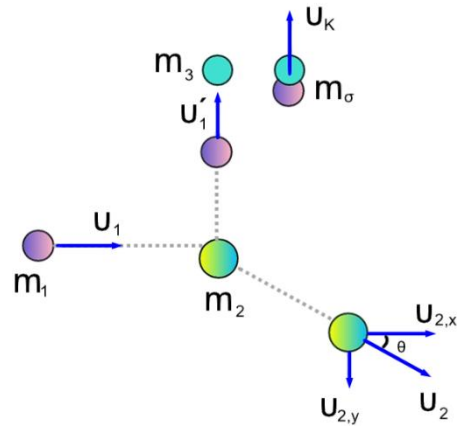
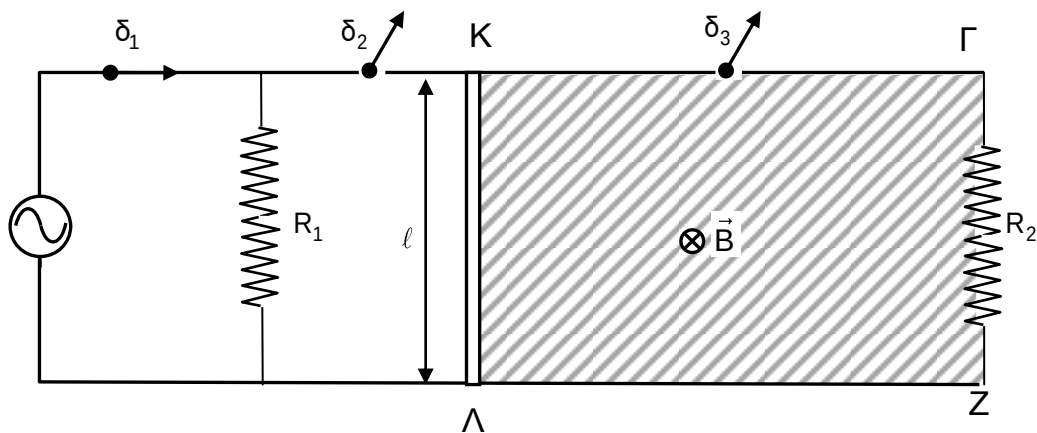
Δεύτερη κρούση, πλαστική, εφαρμόζουμε αρχή διατήρησης της ορμής:

$$\vec{p}_{\pi\rho\nu} = \vec{p}_{\mu\epsilon\tau\acute{\alpha}} \Rightarrow m_1 v'_1 = (m_1 + m_3) v_K \Rightarrow m v'_1 = 2 m v_K \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} v = 2 v_K \Rightarrow v_K = \frac{\sqrt{3}}{6} v$$

Ο λόγος των κινητικών ενεργειών είναι:

$$\frac{K_\sigma}{K_1} = \frac{\frac{1}{2} (m_1 + m_3) v_K^2}{\frac{1}{2} m_1 v_1^2} = \frac{2 m v_K^2}{m v^2} = \frac{1}{6}$$

Άρα Σωστή επιλογή είναι iii.

**ΘΕΜΑ Γ**

Γ1. Από την σχέση της μέσης ισχύος $P = \frac{V_{\varepsilon V}^2}{R_1}$ είναι $V_{\varepsilon V}^2 = P \cdot R_1$ ή $V_{\varepsilon V} = 6\sqrt{2} \text{ V}$

Το πλάτος της τάσης του εναλλασσόμενου ρεύματος είναι $V = V_{\varepsilon V} \sqrt{2}$ ή $V = 12 \text{ V}$

Και η ενεργός έντασης του ρεύματος $I_{\varepsilon V} = \frac{V_{\varepsilon V}}{R_1}$ ή $I_{\varepsilon V} = \sqrt{2} \text{ A}$

Γ2. Όταν διπλασιάσουμε την συχνότητα του εναλλασσόμενου ρεύματος $f' = 2f$ είναι:

$$\omega' = 2\pi f' = 2\pi(2f) = 2\omega = 100\pi \text{ rad/s}$$

Το νέο πλάτος της εναλλασσόμενης τάσης θα είναι:

$$V' = N \cdot \omega' \cdot B \cdot A = N \cdot 2\omega \cdot B \cdot A = 2V = 24 \text{ V}$$

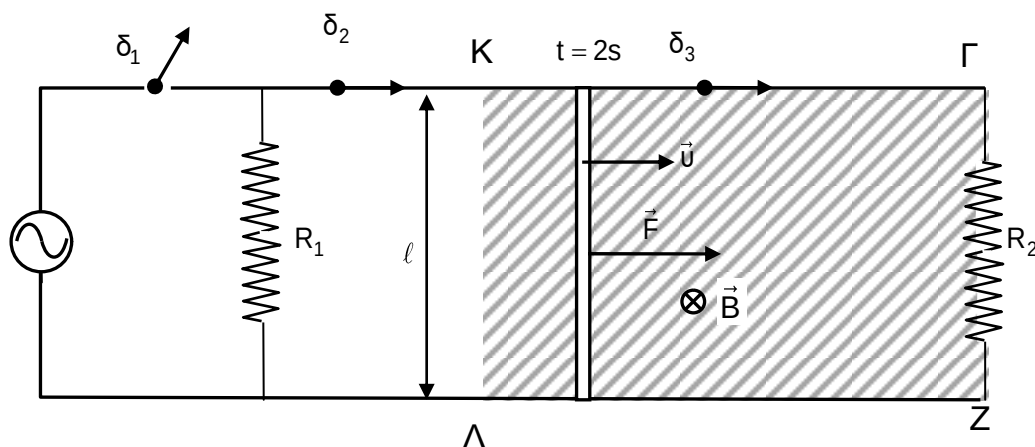
Το πλάτος της έντασης θα γίνει: $I' = \frac{V'}{R_1}$ ή $I' = 4 \text{ A}$ και χρονική εξίσωση της

$$\text{ισχύος είναι: } p = i^2 \cdot R_1 = I'^2 \cdot R_1 \text{ ημ}^2 \omega' t \text{ ή } p = 96 \text{ ημ}^2(100\pi t) \text{ (S.I.)}$$

Για την χρονική στιγμή $t_1 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ s}$ η τιμή της στιγμιαίας ισχύος είναι :

$$p = 96 \text{ ημ}^2(100\pi \cdot 5 \cdot 10^{-3}) = 96 \text{ W}.$$

Γ3.



Ανοίγουμε τον διακόπτη δ_1 και ασκούμε δύναμη $\vec{F}$ στο κέντρο του αγωγού. Ο αγωγός εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση για χρονικό διάστημα

$\Delta t_1 = 2 \text{ s}$. Η επιτάχυνση που εμφανίζει είναι $a = \frac{F}{m} = 1 \text{ m/s}^2$ και η ταχύτητα που έχει

αναπτύξει στα δύο πρώτα δευτερόλεπτα είναι: $u = a \cdot \Delta t_1$ ή $u = 2 \text{ m/s}$.

Ο αγωγός ΚΛ εμφανίζει στα άκρα του ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή της οποίας το μέτρο είναι

$$E_{\varepsilon\pi} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{B \cdot \Delta A}{\Delta t} = \frac{B \cdot \ell \cdot \Delta x}{\Delta t} = \frac{B \cdot \ell \cdot u \cdot \Delta t}{\Delta t} = B \cdot u \cdot L$$

Όταν κλείσουμε τους διακόπτες δ_2 και δ_3 η ράβδος διαρρέεται από ρεύμα

$$I = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_{o\lambda}} = \frac{B \cdot u \cdot L}{R_{o\lambda}}$$

Και ασκείται σ αυτή δύναμη Laplace της οποίας το μέτρο είναι:

$$F_L = B \cdot I \cdot L = \frac{B \cdot E_{\varepsilon\pi} \cdot \ell}{R_{o\lambda}} = \frac{B^2 \cdot u \cdot L^2}{R_{o\lambda}} \quad \text{με } R_{o\lambda} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} + R_{K\lambda} \quad \text{ή } R_{o\lambda} = 4\Omega$$

Μόλις κλείσουν οι διακόπτες, η ταχύτητα του αγωγού είναι σταθερή (οριακή) είναι:

$$\Sigma F = 0 \quad \text{ή } F - F_L = 0 \quad \text{ή } F = \frac{B^2 \cdot u \cdot L^2}{R_{o\lambda}} \quad \text{ή } B = \sqrt{\frac{F \cdot R_{o\lambda}}{u \cdot L^2}} \quad \text{ή } B = 1T$$

Γ4. Η ηλεκτρεγερτική δύναμη στη ράβδο μετά τη χρονική στιγμή $t_2=2s$ είναι:

$$E_{\varepsilon\pi} = B \cdot u \cdot L \quad \text{ή } E_{\varepsilon\pi} = 2V$$

Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει την ράβδο είναι : $I = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_{o\lambda}} = \frac{B \cdot u \cdot L}{R_{o\lambda}} \quad \text{ή}$

$$I = 0,5A$$

και η πολική τάση στα άκρα της $V_{K\lambda} = E_{\varepsilon\pi} - I \cdot R_{K\lambda} \quad \text{ή } V_{K\lambda} = 1V$

Η θερμότητα που εκλύεται στο χρονικό διάστημα από $t_1=2s$ που κλείνει ο διακόπτης μέχρι $t_2=5s$ είναι:

$$Q_{R_2} = \frac{V_{K\lambda}^2}{R_2} \Delta t_2 \quad \text{ή } Q_{R_2} = 1J$$

Η μετατόπιση της ράβδου είναι :

$$0 \leq t < 2s \quad \Delta x_1 = \frac{1}{2} a \cdot \Delta t_1^2 \quad \Delta x_1 = 2m \quad \text{και}$$

$$2s \leq t < 5s \quad \Delta x_2 = u \cdot \Delta t_2 \quad \Delta x_2 = 6m$$

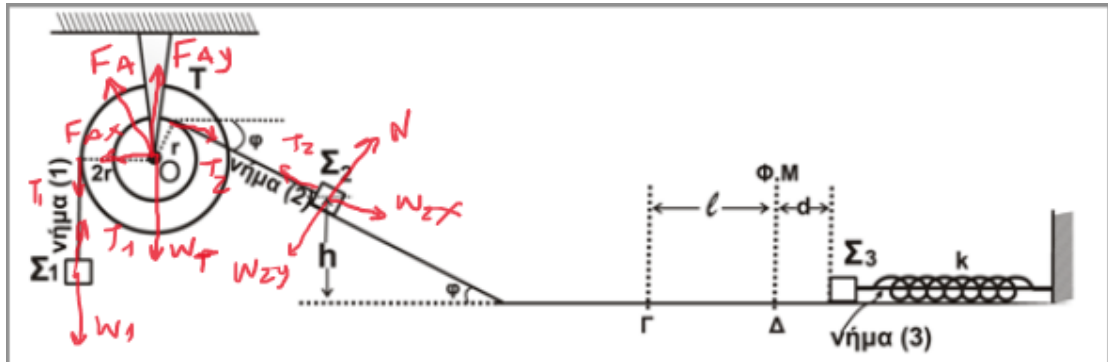
Το έργο της δύναμης F είναι:

$$W = F \cdot \Delta x \cdot \sin 0 \quad \text{ή } W = 4J$$

Το ζητούμενο ποσοστό είναι:

$$\pi\% = \frac{Q_{R_2}}{W} 100\% = 25\%$$

ΘΕΜΑ Δ



Δ1) Για την ισορροπία των Σ1, Σ2 και της τροχαλίας ισχύει:

$$m_2: \Sigma F_x = 0 \Rightarrow T_2 = W_{2x} \Rightarrow T_2 = m_2 g \sin \phi = 30 \text{ N}$$

$$\text{τροχαλία: } \Sigma \tau_o = 0 \Rightarrow \tau_{T2} = \tau_{T1} \Rightarrow T_2 r = T_1 2r \Rightarrow T_2 = 2T_1 \Rightarrow T_1 = 15 \text{ N}$$

$$\Sigma f_{\text{τροχ}} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \Sigma f_x = 0 \\ \Sigma f_y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_{Ax} = T_2 x \\ F_{Ay} = T_1 + T_2 y + W \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_{Ax} = 24 \text{ N} \\ F_{Ay} = 48 \text{ N} \end{cases}$$

$$m_1: \Sigma F = 0 \Rightarrow T_1 = W_1 \Rightarrow T_1 = m_1 g \Rightarrow m_1 = 1.5 \text{ Kg}$$

Η τροχαλία δέχεται από τον άξονα της δύναμη:

$$FA = \sqrt{FAx^2 + FAy^2} = 24\sqrt{5} \text{ N και } \varepsilon\phi\theta = \frac{F_{Ay}}{F_{Ax}} = 2$$

Δ2) Μετά το κόψιμο των νημάτων (1) και (2) το σώμα Σ2 φθάνει στην βάση του κεκλιμένου επιπέδου με ταχύτητα:

$$\theta. M. K. E (A) \rightarrow (B): K_{TEA} - K_{APX} = W_W \Rightarrow \frac{1}{2} m_2 u^2 - 0 = m_2 g h \Rightarrow u = 6 \text{ m/s}$$

Την ίδια ταχύτητα θα έχει και στο σημείο Γ, αφού στο οριζόντιο επίπεδο κινείται με σταθερή ταχύτητα. Εφόσον η κρούση γίνεται στο Δ, τα σώματα Σ2 και Σ3 φθάνουν ταυτόχρονα εκεί.

$$\Sigma_2: l = ut_1 \Rightarrow t_1 = \frac{\pi}{10} \text{ s}$$

Σ3: εκτελεί ΑΑΤ ξεκινώντας από ακραία θέση, οπότε:

$$t_1 = \frac{T}{4} \Rightarrow T = 4t_1 \Rightarrow 2\pi \sqrt{\frac{m_3}{D}} = 4 \frac{\pi}{10} \Rightarrow D = 125 \text{ N/m}$$

Δ3) Το σώμα Σ2 φθάνει στην κρούση με $u = 6 \text{ m/s}$ ενώ το Σ3, αφού βρίσκεται στη Θ.Ι του θα έχει ταχύτητα:

$$u_{MAX} = u_3 = \omega A = \sqrt{\frac{D}{m_3}} A \Rightarrow u_3 = 1 \text{ m/s}$$

Η κρούση που ακολουθεί είναι κεντρική ελαστική και $m_2=m_3=5\text{Kg}$, οπότε τα σώματα θα ανταλλάξουν ταχύτητες:

$$|u'_3| = |u_2| = \frac{6m}{s}$$

Η παραπάνω ταχύτητα $|u'_3| = \frac{6m}{s}$ θα είναι η μέγιστη ταχύτητα στην νέα ταλάντωση του m_3 , αφού θα βρίσκεται στην Θ.Ι του.

Οπότε: $u'_{MAX} = u'_3 = \omega A' \Rightarrow A' = 1,2m$

Η εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος Σ_3 έχει τη μορφή:

$$x = A' \eta \mu(\omega t + \varphi_0)$$

Την $t_0 = 0s$ το σώμα βρίσκεται στη θέση $x=0$ και έχει αρνητική ταχύτητα , οπότε $\phi_0 = \pi \text{ rad}$

$$\text{Και } \omega = \sqrt{\frac{D}{m_3}} \Rightarrow \omega = \frac{5\text{rad}}{s}$$

$$\text{Και τελικά : } x = 1,2\eta \mu(5t + \pi), \quad S.I$$

Δ4. Ισχύει : $\frac{\Delta P_3}{\Delta t} = \Sigma F = -Dx$ (1)

Όταν $K=8U_{T\Delta\Delta}$ ισχύει : Α.Δ.Ε.Τ $E_{ολ} = K + U_{T\Delta\Delta}$ ή $E_{ολ} = 8U_{T\Delta\Delta} + U_{T\Delta\Delta}$ ή $E_{ολ} = 9U_{T\Delta\Delta}$

$\rightarrow \frac{1}{2}DA^2 = 9\frac{1}{2}Dx^2 \rightarrow x = \pm \frac{A'}{3}$ οπότε πρώτη φορά μετά την κρούση θα περάσει από την θέση $x = -\frac{A'}{3} = -0.4m$

$$\text{Τελικά (1)} \quad \frac{\Delta P_3}{\Delta t} = -125(-0.4) = 50N$$

Επίσης $\left| \frac{\Delta P_3}{\Delta t} \right| = |\Sigma F u| = |-Dxu|$ (2) αλλά στην θέση $x=-0.4m$ ισχύει $K=8U_{T\Delta\Delta}$

$$\frac{1}{2}m_3u^2 = 8\frac{1}{2}Dx^2 \rightarrow 5u^2 = 8 \times 1250.4^2 \text{ άρα } u = \pm 4\sqrt{2}m/s$$

$$\text{Τελικά (2)} \quad \left| \frac{\Delta K_3}{\Delta t} \right| = 125 \times 0.4 \times 4\sqrt{2} = 200\sqrt{2} \text{ J/s}$$

Δ5. Το σώμα Σ_3 θα περάσει από τη Θ.Φ.Μ για πρώτη φορά μετά την κρούση σε $\Delta t = \frac{T}{2}$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{5} = 0,4\pi \text{ s}$$

Οπότε $\Delta t = 0,2\pi \text{ s}$.

Σε αυτό το χρονικό διάστημα το m_2 εκτελεί Ε.Ο.Κ με $v'_2 = 1m/s$ και θα έχει διανύσει απόσταση $S = v'_2 \cdot \Delta t = 0,2\pi m = 0,628m$

Εφόσον η κρούση έγινε στη Θ.Φ.Μ τα σώματα απέχουν $S = 0,628m$