ΕΙΔΙΚΕΣ ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΠΟΦΟΙΤΩΝ Β΄ ΚΥΚΛΟΥ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΗΡΙΩΝ

ΠΕΜΠΤΗ 12 ΙΟΥΝΙΟΥ 2008

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΘΕΜΑ 1°

α.

x_i	v_i	$x_i \cdot v_i$
1	5	5
2	10	20
3	20	60
4	2α	8α
5	5	35
Αθροίσματα	40 + 2α	110 + 8α

$$\bar{x} = 3 \Leftrightarrow \frac{110 + 8\alpha}{40 + 2\alpha} = 3 \Leftrightarrow 110 + 8\alpha = 120 + 6\alpha \Leftrightarrow$$

$$2\alpha = 10 \Leftrightarrow \alpha = 5$$

β.

x_i	v_i	N_i
1	5	5
2	10	15
3	20	35
4	10	45
5	5	50
Αθροίσματα	50	-

i. Αν γράψουμε τις παρατηρήσεις με αύξουσα σειρά οι «μεσαίες» παρατηρήσεις στις θέσεις $25^η$ και $26^η$ είναι 3, άρα $\delta = \frac{3 + 3}{2} = \mathbf{3}$.

ii. επικρατούσα τιμή = **3**

ΧΙΩΤΗΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ

ΘΕΜΑ 2ο

α.i. $f'(x) = (x\cdot e^x)' = (x)'\cdot e^x + x\cdot(e^x)' = e^x + x\cdot e^x = \mathbf{(1+x)\cdot e^x}$

ii. $f''(x) = \left[(1+x)\cdot e^x\right]' = (1+x)'\cdot e^x + (1+x)\cdot(e^x)'$

$= e^x + (1+x)\cdot e^x = (1+1+x)\cdot e^x = \mathbf{(2+x)\cdot e^x}$

β. $f''(x) - f'(x) = (2+x)\cdot e^x - (1+x)\cdot e^x$

$= \left[(2+x) - (1+x)\right]\cdot e^x$

$= (2+x-1-x)\cdot e^x = e^x$

γ. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x) - f''(x) + f'(x)}{x-1} = \lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x\cdot e^x - (2+x)\cdot e^x + (1+x)\cdot e^x}{x-1}$

$= \lim\limits_{x\to 1}\dfrac{(x-2-x+1+x)\cdot e^x}{x-1}$

$= \lim\limits_{x\to 1}\dfrac{(x-1)\cdot e^x}{x-1} = \lim\limits_{x\to 1} e^x = \mathbf{e}$

ΘΕΜΑ 3ο

α. $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{x^3 - x}{\sqrt{x} - 1} = \lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{x(x^2-1)(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$

$= \lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{x(x-1)(x+1)(\sqrt{x}+1)}{x-1}$

$= \lim\limits_{x\to 1^-}\left[x(x+1)\left(\sqrt{x}+1\right)\right] = \mathbf{4}.$

β. $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^+}(2e^{x-1} + 2) = 2e^0 + 2 = \mathbf{4}.$

γ. Για να είναι η f συνεχής στο $x_0 = 1$ πρέπει

$\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = f(1) \Leftrightarrow 4 = -\alpha^2 + 5\alpha \Leftrightarrow$

$\alpha^2 - 5\alpha + 4 = 0 \Leftrightarrow \mathbf{\alpha = 1}$ ή $\mathbf{\alpha = 4}$.

δ. Για $x > 1$ είναι :

$f'(x) = (2e^{x-1} + 2)' = 2(e^{x-1})' = 2e^{x-1}\cdot(x-1)' = 2e^{x-1}$

$f'(2) = 2e^{2-1} = \mathbf{2e}$

ΧΙΩΤΗΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ

ΘΕΜΑ 4ο

α. $f'(x) = \left(4x^3 - 6x^2 + \alpha + 2008\right)' = \mathbf{12x^2 - 12x}$

β. $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 12x^2 - 12x = 0 \Leftrightarrow 12x(x - 1) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ ή $x = 1$

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$		↗		↘		↗	

Η f είναι γνησίως αύξουσα στα $(-\infty, 0]$ και $[1, +\infty)$, ενώ η f είναι γνησίως φθίνουσα στο $[0, 1]$.

γ. Η f παρουσιάζει τοπ. ελάχιστο για x = 1 την τιμή
$f(1) = 4 - 6 + \alpha + 2008 = \mathbf{\alpha + 2006}$.

δ. $f(1) = 2009 \Leftrightarrow \alpha + 2006 = 2009 \Leftrightarrow \mathbf{\alpha = 3}$.

ΧΙΩΤΗΣ
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ